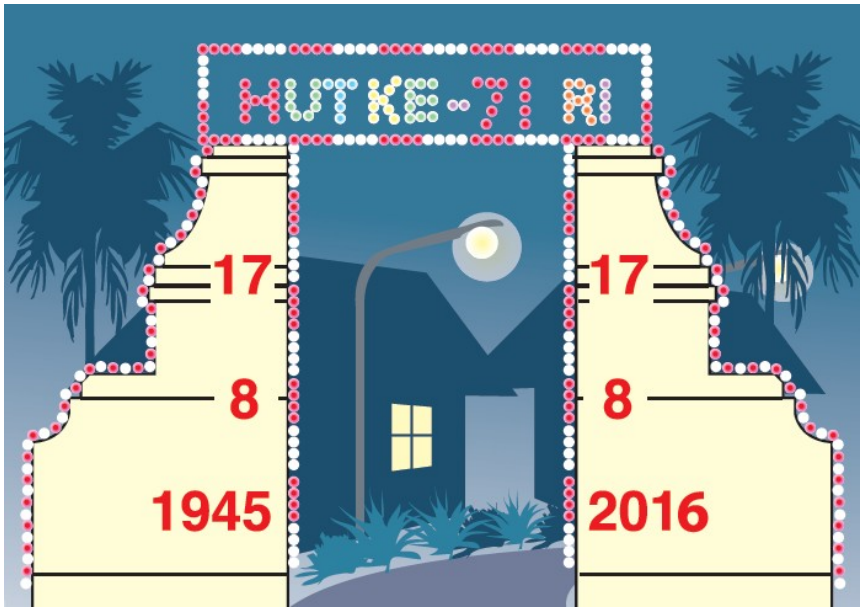
Pelajaran II FPB dan KPK



Pernahkah kamu menyaksikan kelap-kelip lampu hias? Misalnya, lampu hias ulang tahun kemerdekaan. Lampu-lampu itu menyala secara bergantian dengan selisih waktu yang tetap. Lampu warna tertentu menyala beberapa detik, kemudian disusul lampu warna lain. Begitu seterusnya berulang-ulang. Ada apa sebenarnya di balik rahasia itu? Kamu akan mendapatkan jawabannya setelah mempelajari bab ini.

Isi Materi

A. Bilangan yang Habis Dibagi

B. Faktor dan Kelipatan Bilangan

C. Bilangan Prima

D. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

E. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

F. Menentukan FPB dan KPK dengan Faktorisasi Prima

G. Permasalahan yang Berkaitan dengan FPB dan KPK







A. Bilangan yang Habis Dibagi

- Bilangan yang habis dibagi 2 adalah **bilangan genap atau bilangan yang angka satuannya** 0, 2, 4, 6, atau 8.
- Bilangan yang habis dibagi tiga adalah bilangan yang jumlah angka-angka penyusunnya 3, 6, atau 9.
- Bilangan yang habis dibagi 4 adalah bilangan yang dua angka terakhirnya habis dibagi 4.
- Bilangan yang habis dibagi 5 adalah bilangan yang mempunyai angka satuan 0 atau 5.
- Bilangan yang habis dibagi 10 adalah bilangan yang angka satuannya 0.

Pelajaran I



Pelajaran II



Pelajaran III



B. Faktor dan Kelipatan Bilangan

- Faktor adalah pembagi suatu bilangan, yaitu bilangan-bilangan yang membagi habis bilangan tersebut.
- Sebagai contoh, bilangan 1, 2, 3, dan 6 yang merupakan pembagi habis bilangan 6. Jadi, 1, 2, 3, dan 6 merupakan faktor dari bilangan 6.
- Kelipatan suatu bilangan diperoleh dari hasil mengalikan bilangan tersebut (yang ditentukan kelipatannya) dengan bilangan asli.

Pelajaran I



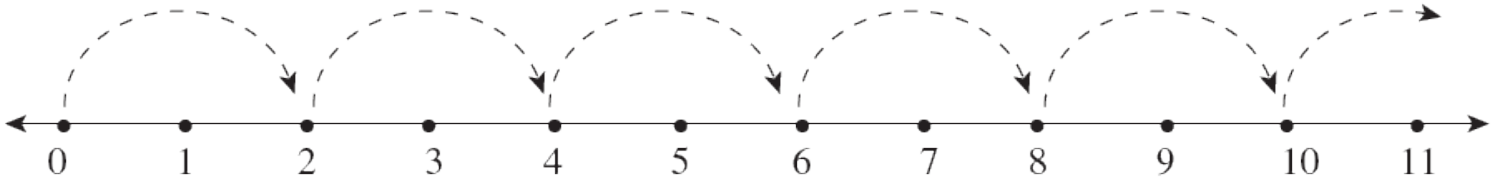
Pelajaran II



Pelajaran III



- Selain dengan cara di atas, kamu juga dapat menggunakan garis bilangan dalam memahami konsep kelipatan.



- Dari garis bilangan di atas, kamu tentu dapat menuliskan bilangan loncat 2 yang dimulai dari 0, yaitu 2, 4, 6, 8, 10, ...

2, 4, 6, 8, 10, ... Bilangan loncat dua

Pelajaran I

Pelajaran II


Pelajaran III


C. Bilangan Prima

- Bilangan yang hanya dapat dinyatakan dengan perkalian 1 × ... atau ... × 1 dinamakan bilangan prima. Artinya, bilangan prima hanya memiliki **tepat dua faktor**, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri.
- Bilangan komposit adalah bilangan asli lebih besar dari 1 yang bukan merupakan bilangan prima. Bilangan komposit dapat dinyatakan sebagai faktorisasi bilangan bulat, atau hasil perkalian dua atau lebih bilangan prima. Contoh bilangan komposit adalah 4, 6, 8, 9, 10, ...







D. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)

- Faktor persekutuan dua bilangan adalah faktor-faktor dari kedua bilangan yang sama.

Contoh

1. Faktor dari 16 adalah 1, 2, 4, 8, dan 16.

   Faktor dari 18 adalah 1, 2, 3, 6, 9, dan 18.

   Faktor persekutuan dari 16 dan 18 adalah 1 dan 2.

2. Faktor dari 36 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, dan 36.

   Faktor dari 54 adalah 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, dan 54.

   Faktor persekutuan dari 36 dan 54 adalah 1, 2, 3, 6, 9, 18.







Faktor persekutuan terbesar dari dua bilangan biasa disebut FPB.

Contoh

Tentukan FPB dari 63 dan 72.

Jawab:

Faktor dari 63 adalah 1, 3, 7, 9, 21, 63

Faktor dari 72 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

Faktor persekutuan: 1, 3, **9**

Perhatikan faktor yang ditebalkan, yaitu faktor 9. Pada bilangan 63 dan 72, ditemukan faktor yang sama dan terbesar, yaitu 9.

Dengan demikian, diperoleh faktor persekutuan terbesar (FPB) dari 63 dan 72, yaitu 9.

Pelajaran I



Pelajaran II



Pelajaran III



Menentukan FPB melalui Pembagi Bilangan Prima

Pertama-tama, bagilah kedua bilangan dengan bilangan prima terkecil yang dapat membagi keduanya. Bilangan prima terkecil yang dapat membagi 24 dan 60 adalah 2.

2	24	60
	12	30

Lanjutkan dengan langkah-langkah yang sama sampai tidak ada lagi bilangan prima yang dapat membagi bilangan yang ada di sebelah kanan.

Pelajaran I

Pelajaran II


Pelajaran III


2	24	60
2	12	30
3	6	15
	2	5

Jadi, FPB-nya adalah 2 × 2 × 3 = 12.

E. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK)

Misalkan ada dua lampu, yaitu lampu merah dan lampu kuning. Keduanya menyala dengan tempo berbeda. Lampu merah menyala setiap 3 detik. Lampu kuning menyala setiap 4 detik. Andaikan kedua lampu awalnya menyala bersamaan. Waktu nyala kedua lampu itu dapat dicatat sebagai berikut.

Lampu merah: detik ke-3, ke-6, ke-9, ke-12, ...

Lampu kuning : detik ke-4, ke-8, ke-12, ke-16, ...

Pelajaran I

Pelajaran II


Pelajaran III


Perhatikan susunan bilangan-bilangan berikut.

3, 6, 9, 12, ... (bilangan kelipatan 3)

4, 8, 12, 16, ...(bilangan kelipatan 4)

Perhatikan bilangan yang dicetak warna. Bilangan 12 merupakan bilangan yang sama pada kedua barisan bilangan. Bilangan inilah yang dinamakan kelipatan persekutuan dari 3 dan 4. Jika deretn barisan tersebut diteruskan, akan ditemukan banyak bilangan yang sama. Karena 12 adalah bilangan terkecil yang bersekutu maka 12 dinamakan KPK dari 3 dan 4.

Pelajaran I



Pelajaran II



Pelajaran III



Contoh

Tentukan KPK dari 2 dan 6.

Jawab:

Bilangan kelipatan 2 adalah 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, ...

Bilangan kelipatan 6 adalah 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

Kelipatan persekutuan dari 2 dan 6 adalah 6, 12, 18, 24, ...

Kelipatan persekutuan terkecil dari 2 dan 6 adalah 6.







F. Menentukan FPB dan KPK dengan Faktorisasi Prima

Mari kita perhatikan faktor bilangan 36 dan 40.

$36 = 1 \times 36$

$36 = 2 \times 18$

$36 = 3 \times 12$

$36 = 4 \times 9$

$36 = 6 \times 6$

Jadi, faktor-faktor dari 36 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Faktor prima adalah faktor dari suatu bilangan yang berupa bilangan prima. Jadi, faktor prima dari 36 adalah 2 dan 3.

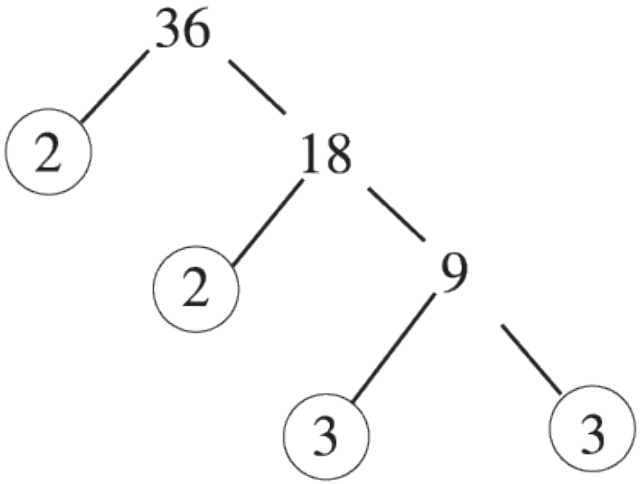






Faktorisasi Prima

Faktor prima tidak sama dengan faktorisasi prima. Mencari faktorisasi prima dari suatu bilangan, dapat dilakukan dengan diagram pohon. Perhatikan pohon faktor dari 36 berikut.









Dua angka yang ada di bawahnya jika dikalikan menghasilkan bilangan di atasnya. Bilangan yang dilingkari adalah faktor prima.

Faktorisasi prima dari 36 dapat ditulis $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 2^2 \times 3^2$

Jadi, fakotrisasi prima dari bilangan 36 adalah $2^2 \times 3^2$.

Menentukan FPB dengan Faktorisasi Prima

Aturan menentukan FPB dari dua bilangan

1) Tentukan faktorisasi prima dari kedua bilangan tersebut.

2) Kalikan faktor-faktor prima yang sama dari kedua bilangan itu. Jika faktor bilangan yang sama pangkatnya berbeda, ambil pangkat terkecil.







Contoh

Tentukan FPB dari 27 dan 18.

Jawab:

Dengan menggunakan pohon faktor, diperoleh

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

dan

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

Dari faktorisasi kedua bilangan di atas, diperoleh faktor prima yang sama adalah 3. Pangkat terkecil faktor yang sama adalah 2.

Dari aturan di atas, FPB dari 27 dan 18 adalah 32 = 9.







Menentukan KPK dengan Faktorisasi Prima

Aturan menentukan KPK dari dua bilangan adalah sebagai berikut.

1) Tentukan faktorisasi prima dari kedua bilangan tersebut.
2) Kalikan semua faktor prima dari kedua bilangan itu.

   Jika ada faktor yang sama dengan pangkat berbeda, ambil faktor prima dengan pangkat terbesar.

Pelajaran I



Pelajaran II



Pelajaran III



Contoh

Tentukan KPK dari 27 dan 18.

Jawab:

Dengan menggunakan pohon faktor, diperoleh

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

dan

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

Dari faktorisasi kedua bilangan di atas, diperoleh faktor prima yang sama adalah 3. Pangkat terbesar faktor yang sama adalah 3.

Dari aturan di atas, KPK dari 27 dan 18 adalah $2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$.







Hubungan KPK dan FPB

$$\text{KPK}(a, b) = \frac{a \times b}{\text{FPB}(a, b)}$$

Contoh

FPB dari bilangan 10 dan bilangan M adalah 5. Jika KPK kedua bilangan itu 30, tentukan bilangan M.

Jawab:

$$\text{KPK} = \frac{10 \times M}{\text{FPB}} \quad \dashv \quad 30 = \frac{10 \times M}{5}$$

10M = 30 × 5 sehingga M = 150 : 10 = 15

Jadi, bilangan M yang dimaksud adalah 15.







G. Permasalahan yang Berkaitan dengan FPB dan KPK

Cermati permasalahan berikut.

- Dona mendapat uang saku dari orang tuanya tiap 3 hari sekali. Tiap 7 hari sekali ia juga mendapat uang saku dari kakaknya. Jika hari ini Dona mendapat uang saku dari orang tua dan kakaknya, berapa hari lagi Dona mendapat uang saku secara bersamaan?
- Soal ini berkaitan dengan konsep KPK.

  Kelipatan dari 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 ....

  Kelipatan dari 7 adalah 7, 14, 21 ....

  KPK dari 3 dan 7 adalah 21.

  Jadi, 21 hari lagi Dona akan mendapat uang saku dari orang tua dan kakaknya bersamaan.





